

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В. ЛОМОНОСОВА
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

На правах рукописи
УДК 534.2

Юлдашев Петр Викторович

**Нелинейные взаимодействия разрывных
акустических волн в средах с распределенными
в объеме и на границах случайными
неоднородностями**

Специальность: 01.04.06 – акустика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

МОСКВА – 2011

Работа выполнена на кафедре акустики физического факультета Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова и в Лаборатории механики жидкостей и акустики Центральной Школы Лиона

Научный руководитель:

кандидат физико-математических наук,
доцент Хохлова Вера Александровна

профессор Блан-Бенон Филипп

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,
профессор Преображенский Владимир
Леонидович

доктор физико-математических наук
Чунчузов Игорь Петрович

Ведущая организация:

Акустический институт имени академика
Н.Н. Андреева

Защита состоится «10» ноября 2011 года в 16:00 часов на заседании диссертационного совета Д 501.001.67 в МГУ имени М.В. Ломоносова по адресу: 119991, г. Москва, ГСП-1, Ленинские Горы, МГУ, физический факультет, физическая аудитория имени Р.В. Хохлова.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова.

Автореферат разослан «__» октября 2011 г.

Ученый секретарь

Диссертационного Совета Д 501.001.67

кандидат физико-математических наук

А.Ф. Королев

Общая характеристика работы

Актуальность работы

Проблема распространения нелинейных волн в случайно-неоднородных средах является актуальной для многих направлений медицинской и атмосферной акустики. В современной аэроакустике важное место занимает проблема генерации и распространения шума от сверхзвуковых самолетов, которой уделяется большое внимание в связи с планами по развитию сверхзвуковой пассажирской авиации. Шумовая N -волна распространяется от самолета через неоднородности приземного турбулентного слоя, что приводит к случайному распределению акустического поля на поверхности земли. Вариации амплитуды и ширины фронта могут быть весьма существенными. Субъективное шумовое воздействие зависит от амплитуды N -волны и от ширины ударного фронта. Для обеспечения экологической безопасности необходимо уметь предсказывать статистические характеристики создаваемого таким образом случайного шума при различных атмосферных условиях.

Задача о распространении N -волны в турбулентной атмосфере широко исследовалась теоретическими и экспериментальными методами. В теоретических исследованиях основные полученные результаты связаны с использованием приближения нелинейной геометрической акустики (НГА). Однако приближение НГА не учитывает эффекты дифракции и справедливо лишь до образования первых каустик. Недавно были разработаны численные модели, основанные на нелинейном параболическом уравнении типа Хохлова-Заболотской-Кузнецова (ХЗК), позволяющие учесть нелинейно-дифракционные изменения формы N -волны, прохождение через случайные каустики, а также стратификацию атмосферы, релаксационное поглощение, неоднородности продольной и поперечной компонент ветра, влияние поверхности земли. Важным частным случаем, аппроксимирующим турбулентный слой конечной ширины, является модель случайного фазового экрана, в рамках которой в приближении НГА были получены аналитические решения для статистики амплитуды N -волны после прохождения через экран. В данной работе удалось обобщить полученные результаты, используя численные решения нелинейно-дифракционной волновой задачи для случайных фазовых экранов с различными размерами неоднородностей, статистически эквивалентных в приближении НГА.

Пространственные неоднородности атмосферы можно разделить на два типа. Так, неоднородностями скалярного типа являются вариации скорости звука, возникающие за счет флуктуаций температуры в восходящем потоке подогреваемого на поверхности земли воздуха. Кинематические (векторные) неоднородности связаны с флуктуациями средней скорости движения воздуха вследствие образования вихрей или ветра. Пространственный спектр однородных изотропных термических и кинематических турбулентных полей различен и, согласно теоретическим расчетам, влияние турбулентности разного типа на статистику искажений акустической волны также различно. Сравнения экспериментальных статистических данных для нелинейного N -импульса в среде с только одним типом неоднородности при прочих равных условиях до сих пор не проводилось. Задача о распространении N -волны в турбулентном потоке (кинематической турбулентности) была исследована в недавнем модельном эксперименте М.В. Аверьяновым (2008). Для подтверждения существующих теоретических результатов актуальным является проведенный в данной работе модельный лабораторный эксперимент по распространению N -волны в термической турбулентности с соблюдением характерного соотношения длины волны и размеров неоднородностей относительно реальной атмосферы.

Масштабирование натуральных условий до лабораторных размеров заставляет использовать в модельных экспериментах достаточно короткие ударные импульсы (длительностью 30-50 мкс), генерируемые искровым источником. При измерении таких импульсов с помощью современных коммерческих конденсаторных микрофонов возникают проблемы, связанные с ограниченностью частотной характеристики микрофонов в верхнем диапазоне частот. Если пиковое давление и длительность импульса определяются достаточно точно, то ширина ударного фронта оказывается сильно завышенной. В связи с этим, исследование применимости иных методов, в частности, оптических, для улучшения временного разрешения ударных фронтов акустических волн представляет большой интерес для экспериментальной практики. В диссертации для определения ширины ударного фронта использовался теневой метод.

Проблема распространения нелинейных волн через случайно-неоднородную среду представляет интерес также в медицинской диагностике и задачах неразрушающего контроля. Неоднородности биотканей или структуры про-

мышленных материалов искажают фокусировку, реализуемую классическими методами, уменьшая пространственное разрешение диагностической аппаратуры. Экспериментальные и теоретические исследования, выполненные в этой области, позволяют предположить, что при определенных условиях фокусировка гармоник в неоднородной среде может иметь преимущества по сравнению с обычной фокусировкой пучка, излучаемого на частоте гармоник. Исследование условий, в которых нелинейная фокусировка будет предпочтительной, является важной теоретической проблемой. С другой стороны, большой интерес представляет задача об управлении взаимодействиями гармоник в недиспергирующей среде с помощью специально подобранных искусственных неоднородностей. В диссертации предложено использовать фазовый слой специальной конфигурации, приводящий к селективному разрушению фокусировки определенных гармоник слабонелинейного сфокусированного ультразвукового пучка.

В медицинской акустике в настоящее время интенсивно развивается направление, связанное с применением мощного сфокусированного ультразвука для неинвазивной хирургии (HIFU - от английского High Intensity Focused Ultrasound). В качестве излучателя для HIFU-систем активно разрабатывается новый класс устройств – ультразвуковые терапевтические решетки, составленные из большого числа элементов, расположенных случайным образом на сегменте сферической поверхности. При помощи решеток можно электронным образом перемещать фокус в пространстве, создавать сложную конфигурацию поля в виде нескольких фокусов, минимизировать нагрев акустических препятствий. Интенсивность в фокусе HIFU-систем достигает нескольких десятков тысяч Вт/см², при этом за счет нелинейных эффектов в профиле волны образуются ударные фронты, что принципиальным образом меняет эффективность воздействия ультразвука на ткань. При описании HIFU-полей, разработке протоколов облучения и предсказании соответствующих биоэффектов в ткани важным инструментом исследования является численный эксперимент. Однако описать нелинейные эффекты в трехмерных полях, создаваемых многоэлементными решетками, при учете формирования разрывов до сих пор не удавалось. Разработка новых алгоритмов, позволяющих моделировать нелинейные поля таких решеток при разумном потреблении ресурсов представляется весьма актуальной задачей.

Целью диссертационной работы стало экспериментальное и теоретическое исследование особенностей распространения акустических нелинейных импульсов с ударным фронтом и ультразвуковых пучков в средах с объемными и сосредоточенными в узком слое случайными неоднородностями, в приложении к проблемам аэроакустики и задачам диагностического и терапевтического медицинского ультразвука.

В рамках указанной цели решались следующие конкретные задачи:

1. Определение точности оптического теневого метода для измерения времени нарастания ударного фронта N -волн в модельном эксперименте в воздухе. Демонстрация ограничений современных конденсаторных микрофонов при измерении ударных фронтов акустических волн.
2. Исследование статистических характеристик акустического поля при распространении N -волны через слой термической турбулентности в лабораторном эксперименте. Сравнение статистики амплитуды N -волны в полях термической турбулентности и в турбулентном потоке.
3. Развитие численной модели на основе уравнения ХЗК для описания нелинейно-дифракционных эффектов при распространении N -волн за случайным фазовым экраном с учетом прохождения через случайные каустики. Исследование влияния нелинейных эффектов и характерных размеров неоднородностей экрана на статистику параметров N -волны в сравнении с аналитическими решениями, полученными в приближении нелинейной геометрической акустики.
4. Исследование возможности селективного разрушения поля гармоник в слабо сфокусированном пучке конечной амплитуды после прохождения случайного фазового слоя специальной конфигурации.
5. Разработка нового численного алгоритма на основе уравнения Вестервельта, позволяющего моделировать трехмерные нелинейные поля фокусированных многоэлементных излучателей – терапевтических решеток в условиях образования ударных фронтов в области фокуса.
6. Развитие метода эквивалентного аксиально симметричного излучателя для возможности быстрого расчета нелинейных трехмерных полей многоэлементных терапевтических решеток с использованием двумерных моделей на основе уравнений типа ХЗК либо Вестревельта.

Научная новизна

1. Показано, что применение теневого метода позволяет с высокой точностью определять ширину фронта N -волны только в случае учета дифракционных эффектов при моделировании распространения света через неоднородности оптического показателя преломления на фронте для количественной интерпретации теневых картин.
2. Впервые исследовано нелинейное распространение N -волны в лабораторных условиях через слой термической турбулентности с контролируемыми параметрами. На основе полученных экспериментальных данных показано существенное количественное отличие искажений амплитуды и ширины фронта N -волны при распространении в термической турбулентности и в воздушном турбулентном потоке.
3. Развита численная модель для описания статистических свойств параметров нелинейного импульса за случайным фазовым экраном. В отличие от предыдущих моделей, построенных на основе приближения нелинейной геометрической акустики, в разработанном подходе учитываются эффекты дифракции, диссипации и прохождения через каустики, что существенно расширяет область применимости модели.
4. Теоретически показано и подтверждено экспериментально, что при использовании физически реализуемого фазового слоя специальной конфигурации, возможно селективное воздействие на качество фокусировки различных гармоник в слабо сфокусированном пучке конечной амплитуды.
5. Разработан новый численный алгоритм, впервые позволивший получить решение для трехмерного сфокусированного ультразвукового поля в условиях образования ударных фронтов в области фокуса. С помощью разработанного алгоритма показано, что при уровнях интенсивности, достижимых в полях современных многоэлементных терапевтических решеток, в фокусе образуется развитый ударный фронт.
6. Продемонстрирована возможность применения модели эквивалентного аксиально симметричного излучателя для упрощенного расчета трехмерных нелинейных полей терапевтических решеток в области фокуса.

Достоверность представленных в диссертационной работе результатов подтверждается проверочными численными и физическими экспериментами, а также соответствием результатов экспериментов априорной информации, теоретическим расчетам и данным, полученным в работах других авторов.

Практическая значимость

1. Результаты экспериментальных исследований показывают, что при интерпретации данных измерений N -волн с помощью конденсаторных микрофонов в модельных аэроакустических экспериментах необходимо учитывать эффект сглаживания ударного фронта.
2. Сравнение результатов эксперимента по распространению N -волны в термической турбулентности с известными данными, полученными в воздушном турбулентном потоке, показывает существенные отличия в искажении статистики N -волны в турбулентных полях с различной формой пространственного спектра.
3. Развита модель и проведенный численный эксперимент по распространению нелинейного импульса за случайным фазовым экраном могут быть использованы для оценки статистических характеристик акустического поля за экраном в зависимости от трех параметров: нелинейной и рефракционной длин фазового экрана и характерного размера неоднородностей флуктуации фазы.
4. Специальный фазовый слой может использоваться для выделения отдельных гармоник нелинейного сфокусированного пучка в задачах ультразвуковой диагностики.
5. Разработанный на основе уравнения Вестервельта комплекс программ позволяет рассчитывать ультразвуковые поля, создаваемые преобразователями сложной геометрии, в том числе многоэлементными двумерными решетками современных устройств ультразвуковой хирургии.
6. Модель эквивалентного аксиально симметричного излучателя может быть использована для ускорения и упрощения расчетов нелинейного поля терапевтических решеток в области фокуса в широком диапазоне параметров и мощностей излучения. Выполненные расчеты могут использоваться для оптимизации конфигурации решеток на этапе разработки прибора и оценки влияния нелинейных эффектов при ее работе.

Положения, выносимые на защиту

1. Применение теневого метода с последующим решением дифракционной оптической задачи для интерпретации теневых картин позволяет измерять ударные фронты с шириной до 0.15 мкс, что более чем на порядок превышает точность измерений ширины фронта при использовании современных конденсаторных широкополосных микрофонов.
2. При одинаковых основных параметрах и интенсивности флуктуаций скорости звука в турбулентности воздушного потока и термической турбулентности, последняя приводит к более слабым искажениям статистики распространяющихся в ней N -волн. Одинаковый уровень искажений достигается при интенсивности флуктуации в турбулентности воздушного потока в 2-3 раза меньшей, чем в термической.
3. Развита нелинейно-дифракционная численная модель позволяет описывать статистические характеристики N -волны при распространении за случайным фазовым экраном с учетом прохождения через каустики. Искажение статистических распределений поля за экраном определяется амплитудой волны, характерной рефракционной длиной и масштабом модуляций фронта. Приближение нелинейной геометрической акустики в данной задаче справедливо до расстояний одной трети рефракционной длины экрана.
4. При помощи специального «резонансного» фазового слоя возможно разрушение фокусировки одних спектральных компонент сфокусированного пучка конечной амплитуды и сохранение фокусировки других.
5. Разработанный новый численный алгоритм позволяет моделировать трехмерные нелинейные ультразвуковые поля с локализованным образованием ударных профилей. В фокусе современных терапевтических решеток при используемых на практике уровнях интенсивности возможно образование ударных фронтов с амплитудой до 80 МПа.
6. Модель эквивалентного аксиально симметричного излучателя позволяет с высокой точностью (2 – 3 %) описывать нелинейные эффекты в фокальной области излучателей сложной геометрии, в том числе многоэлементных фазированных решеток со случайным расположением элементов.

Апробация работы

Результаты диссертации докладывались на сессиях Акуст. обществ Америки (Гонолулу, 2006; Сиэтл, 2011), Школе-семинаре «Волны-2006» (Звенигород), XVIII, XIX и XXII сессиях Росс. Акуст. общества (Таганрог, 2006; Н.Новгород, 2007; Москва, 2010), 19-ом Межд. конгр. по акустике (ИСА2007, Мадрид, 2007), Конгрессе Европейской ассоциации акустиков «Акустика-08» (Париж, 2008), 10-й сессии Французского Акуст. общества (Лион, 2010), 2-ом Межд. симп. по терапевтическому ультразвуку с ЯМР-управлением (Вашингтон, 2010), конференциях «Фундаментальные и прикладные аспекты инновационных проектов физич. ф-та МГУ», «Вычислительный эксперимент в аэро-акустике» (Светлогорск, 2010), «Современная метрология для медицинского ультразвука» (Теддингтон, 2010), 11-ом Межд. симп. по терапевтическому ультразвуку (Нью-Йорк, 2011), Межд. конгрессе по ультразвуку (Гданьск, 2011), а также обсуждались на научных семинарах кафедры акустики физ. ф-та МГУ, Акуст. ин-та им. Н.Н. Андреева и ИОФ РАН им. А.М. Прохорова.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 10-02-91062-НЦНИ и 09-02-01530, МНТЦ 3691, ИНТАС 7841, Президента РФ НШ4449.2006.2, именной стипендии Правительства Москвы, стипендии Американского Акуст. Общества и стипендии французского правительства для подготовки диссертации при совместном руководстве в рамках договора о сотрудничестве между Высшей Инженерной Школой г. Лиона и физ. ф-том МГУ им. М.В. Ломоносова. Вычислительные ресурсы были предоставлены СКЦ МГУ и Лабораторией механики жидкостей и газов Высшей Инженерной Школы Лиона.

Публикации Материалы диссертации опубликованы в 21 печатной работе, список которых приводится в конце автореферата, из них 5 статей в рецензируемых журналах.

Личный вклад автора

Все представленные в диссертации результаты получены автором лично, либо при его непосредственном участии.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти оригинальных глав, заключения, трех приложений и библиографии. Общий объем работы составляет 161 страницу, включающих 85 рисунков и 5 таблиц. Библиография включает 152 наименования на 9 страницах.

Содержание работы

Во Введении обосновывается актуальность темы диссертационной работы, излагается современное состояние проблемы, дается общая постановка задач, описывается краткое содержание работы по главам.

Первая глава посвящена задаче определения ширины ударного фронта коротких N -импульсов большой амплитуды при помощи акустических и оптических методов. В §1.1 представлен обзор литературы по использованию искровых источников для создания N -импульсов в модельных

аэроакустических экспериментах. Отмечено, что из-за ограниченного частотного диапазона в области высоких частот, коммерческие конденсаторные микрофоны не позволяют измерять ударные фронты шириной менее 3 микросекунд. Для улучшения временного разрешения при измерениях ширины ударного фронта предложено использовать оптический теневой метод.

В §1.2 описывается экспериментальная установка, созданная автором в Высшей Центральной Школе г. Лиона для оптических и акустических измерений сферической N -волны в воздухе (рис. 1). N -импульсы генерировались при помощи искрового источника; амплитуда импульсов на расстоянии 16 см от источника составила $p_0 = 1400 \pm 80$ Па, а полудлительность $T_0 = 19.0 \pm 0.1$ мкс. Акустические измерения проводились при помощи коммерческого широкополосного микрофона (Brüel & Kjaer, 4138), вмонтированного в специальный экран (2). Оптическая часть установки включала лампу-вспышку (3) (Nanolite KL-L), светофильтр, собирающую линзу (4), цифровую CCD камеру (5) (Dantec dynamics, FlowSense 2M), объектив Nikon (6). Импульсы света, испускаемые лампой-вспышкой имели длительность порядка 20 нс, что позволяло получать теневые картины с хорошим разрешением.

В §1.3 распространение сферической N -волны в условиях эксперимента проанализировано на основе численного моделирования уравнения Бюргерса с учетом процессов релаксации колебательных уровней в молекулах кислоро-

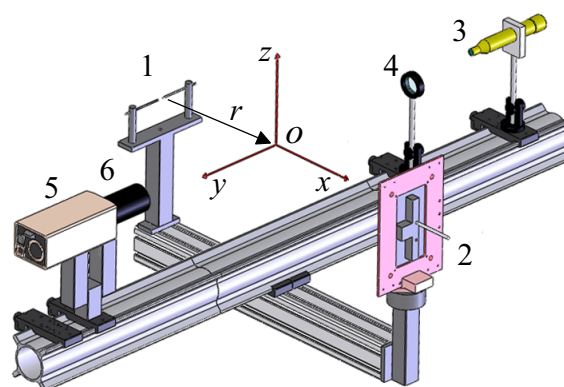


Рис. 1. Экспериментальная установка: 1–искровой источник, 2–микрофон в экране, 3–лампа-вспышка, 4–фокусирующая линза, 5–камера и 6–объектив.

да и азота. Показано, что ширина ударного фронта, определяемая как время нарастания давления на фронте с 0.1 до 0.9 от пикового уровня, не превышает 1 мкс.

В §1.4 приведены результаты измерений N -волны при помощи микрофона и описан способ определения амплитуды и длительности волны по экспериментальным данным. Длительность импульса определялась по первым нулям спектра, а амплитуда - по нелинейному удлинению импульса. Результаты эксперимента для амплитуды и длительности импульса хорошо соответствовали расчетным. Однако, в эксперименте ширина фронта (3 микросекунды) оказалась сильно завышенной относительно теории.

В §1.5 обосновывается применение простого теневого метода для измерения фронта «слабых» ударных импульсов с акустическим числом Маха менее 1%. Теневые картины фотографировались камерой с объектной плоскости, положение которой менялось вдоль оптической оси (ось y на рис. 1). На рис. 2 (а-е) показаны примеры фотографий теневых картин. На изображениях отчетливо видны темная и светлая полосы, обусловленные отклонением лучей света на неоднородностях ударного фронта (рис. 3). Инвертирование теневой картины при проходе объектной плоскости через точку $y = 0$ объясняется формированием «виртуальных» изображений. По теневым картинам вычислялась *ширина тени* Δx , определяемая как расстояние между максимальным и минимальным значениями интенсивности вдоль оси x .

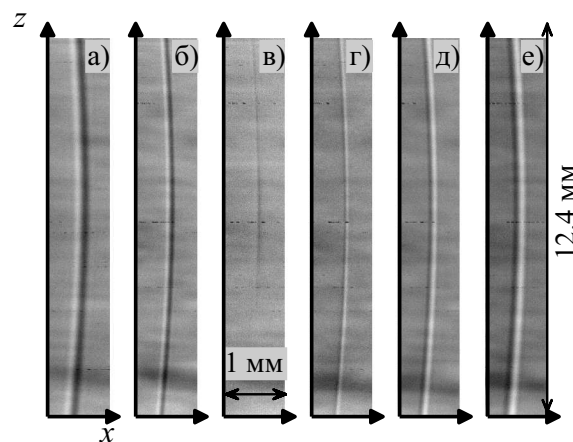


Рис. 2. Теневые картины, снятые при различных положениях объектной плоскости $y = 32$ мм (а), 12 мм (б), 2 мм (в), -4 мм (г), -13 мм (д), and -24 мм (е).

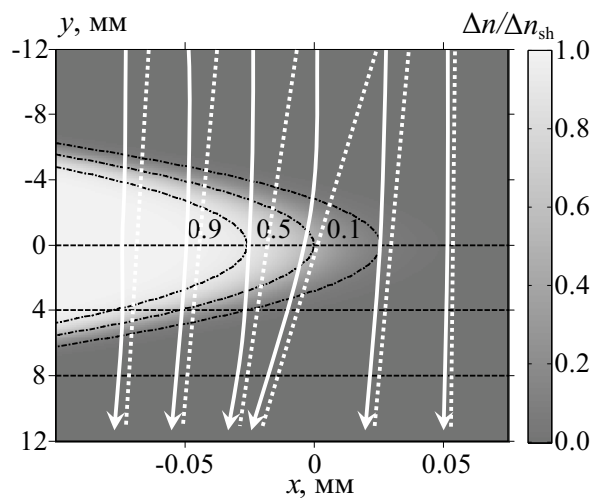


Рис. 3. Схема отклонения оптических лучей (сплошные стрелки) на неоднородностях показателя преломления ударного фронта в плоскости xOy . Штриховые линии объясняют формирование «виртуальной» тени.

Для интерпретации теневых картин, формирование тени было рассмотрено теоретически, на основе моделирования распространения света через неоднородности показателя преломления на фронте с использованием параболического уравнения дифракции. По расчетным данным была получена зависимость ширины тени Δx от ширины ударного фронта τ_{sh} и определена ширина фронта, соответствующая экспериментальным данным. Полученные результаты, в отличие от акустических измерений, хорошо соответствовали расчетам на основе уравнении Бюргерса (рис. 4). В §1.6 представлены выводы по первой главе диссертационной работы.

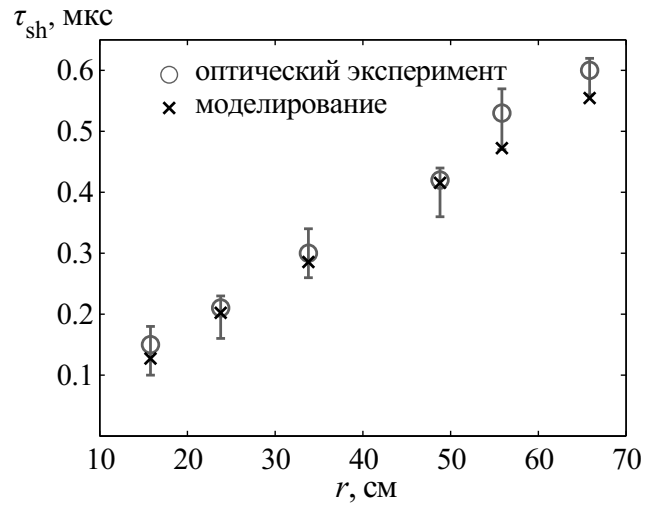


Рис. 4. Сравнение ширины фронта, измеренной теневым методом (круговые маркеры) и рассчитанной (крестовые маркеры).

Вторая глава диссертационной работы посвящена исследованию количественных отличий в статистике поля N -волны при распространении в термической и кинематической турбулентности. В §2.1 приведен обзор результатов лабораторных экспериментов, моделирующих распространение N -импульсов в приземном турбулентном слое атмосферы (кинематической турбулентности).

В §2.2 обсуждаются модифицированные спектры Кармана для флуктуаций показателя преломления в турбулентных полях векторного и скалярного типов. Описываются различия спектров, которые приводят к более сильным искажениям акустического поля за счет случайных фокусировок в кинематической турбулентности.

В §2.3 описывается экспериментальная установка, созданная в Высшей Инженерной Школе г. Лиона, и поз-

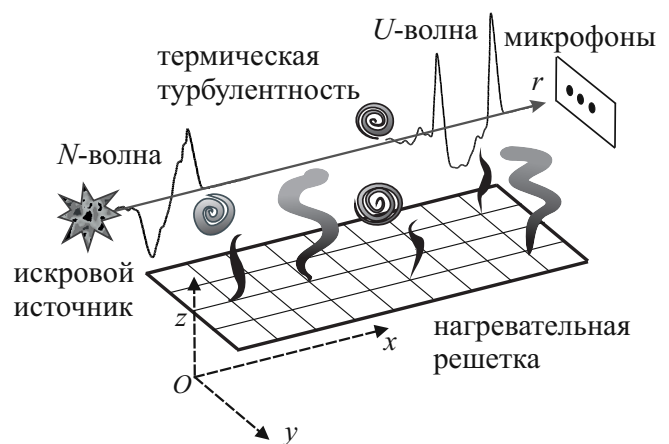


Рис. 5. Схема эксперимента по распространению сферической N -волны от искрового источника через термическую турбулентность.

воляющая исследовать распространение N -волн в термической турбулентности. Турбулентное поле генерировалось решеткой из нагревательных элементов (рис. 5). N -волна от искрового источника распространялась в турбулентном поле и регистрировалась микрофонами (B&K 4138), расположенными на одной высоте с источником на расстоянии r от него. Флуктуации температуры измерялись при помощи термопары типа K (хромель-алюмель) и двух термозондов (Dantec 55P31).

В §2.4 приведены результаты корреляционных измерений для флуктуаций температуры, на основе которых были рассчитаны параметры флуктуаций турбулентного поля: внешний масштаб $L_0 = 20$ см и скорость конвекции $U_{\text{vert}} = 1.1$ м/с. Показано, что экспериментальные спектры хорошо описываются модифицированным спектром Кармана в инерциальной области масштабов для однородной изотропной турбулентности со средним уровнем среднеквадратичной флуктуации показателя преломления $\mu_{\text{rms}} = 0.85\%$.

В §2.5 представлены результаты акустических измерений, которые проводились на расстояниях от 41 см до 201 см от источника. В однородном воздухе положительное пиковое давление и длительность импульса составили 430 ± 25 Па и 43.6 ± 0.4 мкс на расстоянии $r = 41$ см. Результаты для N -волны, прошедшей через турбулентный слой, даны в виде статистических распределений, среднего значения, дисперсии и максимального и минимального значений по выборке. Проанализированы положительное и отрицательное пиковые давления, длительность, ширина ударного фронта и время прихода импульса.

Для всех параметров поля характерно значительное уширение распределений с увеличением пройденного расстояния. На больших расстояниях (181 – 201 см) наблюдались импульсы с пиковым положительным давлением в 3-3.5 раза большим, и отрицательным – в 2 раза большим, чем в однородной среде. Такое различие связано с асимметрией искажения профиля N -волны в областях случайных фокусировок. На больших расстояниях длительность импульсов могла быть в 2-3 раза больше, чем в однородной среде, а ширина фронта некоторых профилей увеличивалась до 15-20 мкс. Ударные фронты с шириной менее 3 мкс не регистрировались в связи с ограничениями микрофонов, которые обсуждались в первой главе.

В §2.6 результаты, полученные в термической турбулентности, сравниваются со статистикой искажений N -волны в кинематической турбулентности из работы М.В. Аверьянова (2008). В обоих экспериментах максимальная толщина турбулентного слоя (1.8 м) и его внешний масштаб ($L_0 = 20$ см) были примерно одинаковыми. На рис. 6 сравниваются функции распределения для нормированного пикового давления $P_+ = p_{\max}/p_{\max 0}$ (а) и ширины ударного фронта τ_{sh} (б). В таб. 1 приведены среднее и дисперсия, а также вероятности превышения нормированным пиковым давлением порогов 1, 1.5 и 2. Рассматривая случаи с близкими значениями μ_{rms} видно, что функция распределения P_+ в кинематической турбулентности шире (рис. 6 а), т.е. обладает большей дисперсией (таб. 1, строки №1 и №2). Для превышения пиковым положительным давлением порогов полуторной и двойной амплитуды кинематическая турбулентность дает в 2-3 раза большие вероятности, чем термическая турбулентность. Кроме этого, кинематическая турбулентность приводит к более эффективному размытию ударного фронта (рис. 6 б).

тип турб.	$\langle P_+ \rangle$	δP_+	$\langle \tau_{\text{sh}} \rangle$	$\delta \tau_{\text{sh}}$	$P_{+,1},\%$	$P_{+,1.5},\%$	$P_{+,2},\%$
1 терм., 0.85%	0.762	0.31	5.5	2.0	17.8	2.9	0.4
2 кин., 0.89%	0.743	0.40	7.1	2.8	20.1	5.1	1.3
3 кин., 0.33%	0.965	0.31	5.6	1.8	38.5	5.8	0.7

Таблица 1. Сравнение основных характеристик статистических распределений нормированного пикового давления $P_+ = p_{\max}/p_{\max 0}$ и ширины ударного фронта τ_{sh} , мкс. Вероятность наблюдения величины $P_+ > \alpha$ обозначена как $P_{+,\alpha}$, среднее – $\langle \rangle$, дисперсия – δ .

Также сравниваются случаи, когда в кинематической турбулентности $\mu_{\text{rms}} = 0.33\%$, т.е. при в 2.6 раза меньшей интенсивности турбулентных флуктуаций, чем в термической турбулентности. Ширина распределений положительного пикового давления, определяемая дисперсией, оказывается одинаковой ($\delta P_+ = 0.31$). Тем не менее, как и в предыдущем случае, вероят-

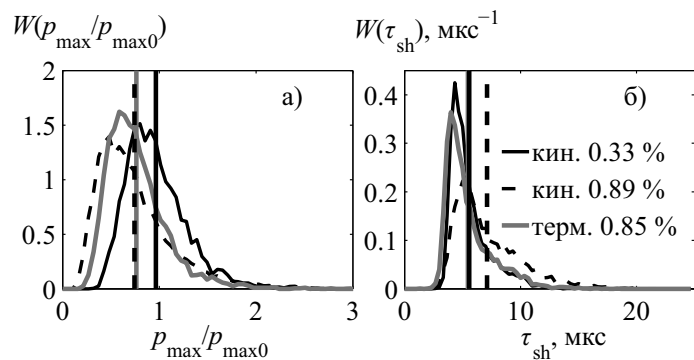


Рис. 6. Сравнение функций распределения нормированного пикового давления $p_{\max}/p_{\max 0}$ (а) и ширины ударного фронта τ_{sh} (б) для распространения N -волны в кинематической турбулентности с $\mu_{\text{rms}} = 0.89\%$ (черная сплошная линия), с $\mu_{\text{rms}} = 0.33\%$ (черная штриховая линия) и в термической турбулентности (серая линия).

ности наблюдения N -волн с большими амплитудами, $P_{+,1.5}$ и $P_{+,2}$, в кинематической турбулентности в 2 раза больше, чем в термической. Для ширины ударного фронта функции распределения оказались очень близкими друг к другу. Таким образом, сравнимый уровень искажений амплитуды и ширины фронта достигается в кинематической турбулентности при существенно меньших значениях μ_{rms} (в 2.6 раза), чем в термической турбулентности. В §2.7 представлены выводы по второй главе.

В третьей главе рассматривается численная модель для описания статистики амплитуды N -волны за случайно-неоднородным слоем на основе двумерного параболического уравнения ХЗК и модели случайного фазового экрана. В §3.1 приведен обзор литературы по использованию модели фазового экрана в задачах о распространении линейных и нелинейных волн в неоднородных средах, а также по работам, в которых статистика N -волны исследовалась в приближении нелинейной геометрической акустики (НГА). Обращается внимание на ограничения подхода НГА, которые преодолеваются при учете дифракции в параболическом уравнении.

В §3.2 описывается численный алгоритм решения уравнения ХЗК для моделирования распространения нелинейной N -волны за фазовым экраном. В §3.3 представлена модель фазового экрана с гауссовским спектром. Свойства фазового экрана задавались при помощи корреляционной длины l , определяющей характерный размер неоднородностей, и рефракционной длины

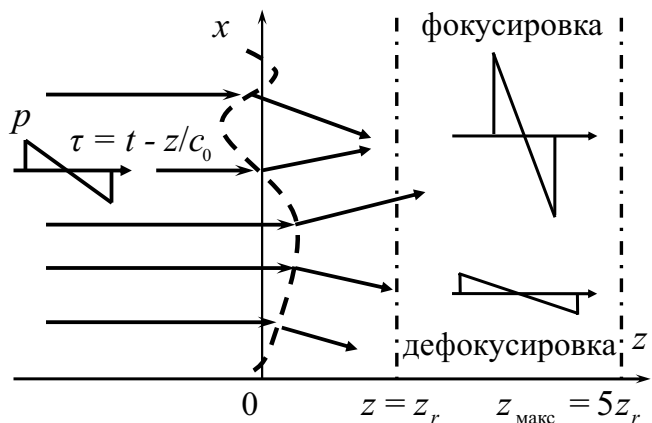


Рис. 7. Распространение плоской N -волны за фазовым экраном (штриховая линия), расположенным при $z=0$. Характерная рефракционная длина экрана обозначена как z_r , z_{max} — максимальное расстояние в расчетах.

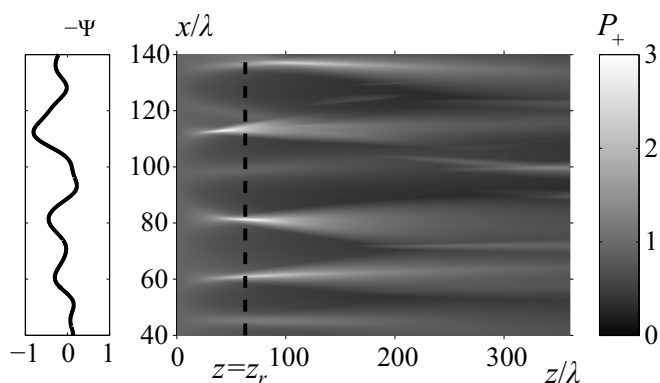


Рис. 8. Пример распределения положительного пикового давления N -волны за фазовым экраном $\Psi(x)$, изображенным слева сплошной линией. Параметры экрана: $l/\lambda = 6$, $z_r/\lambda = 63$, нелинейная длина $z_n = 8z_r$.

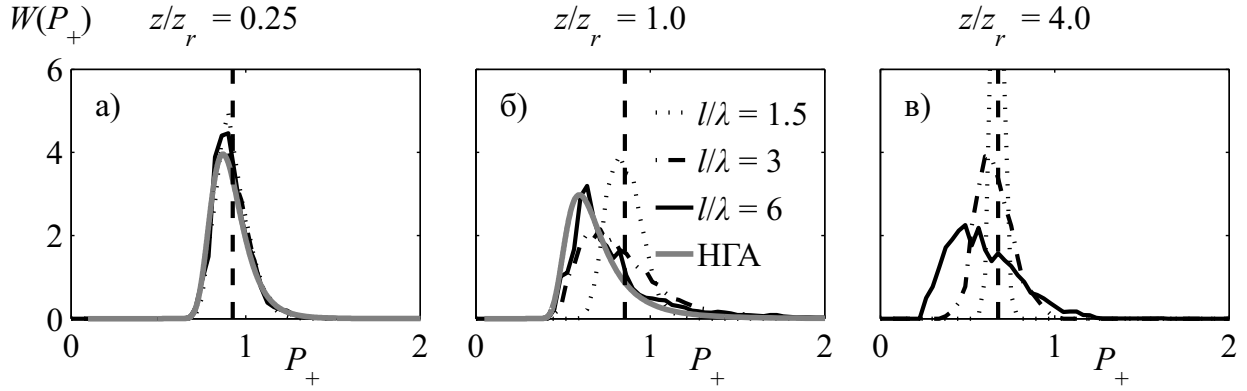


Рис. 9. Функции распределения положительного пикового давления P_+ , полученные при расчетах в дифракционной модели с разными корреляционными длинами фазового экрана (черные линии) и аналитические решения для лучевой модели НГА (серая линия). Штриховая линия показывает амплитуду плоской волны. Сравнение проведено для трех расстояний: $z = 0.25z_r$ (а), $z = 1.0z_r$ (б), $z = 4.0z_r$ (в) при нелинейной длине: $z_n = 4z_r$.

z_r , определяющей расстояние образования первых каустик. Длина корреляции была выбрана равной нескольким длинам N -волны, что находится в соответствии с размерами неоднородностей в реальной атмосфере. Нелинейная длина z_n определялась как расстояние, на котором амплитуда плоской N -волны с начальной амплитудой p_0 уменьшается в $\sqrt{2}$ раз. Пример реализации фазового экрана с $l/\lambda = 6$ показан в левой части рис. 8.

В §3.4 обсуждаются характерные особенности пространственных распределений безразмерного пикового положительного давления ($P_+ = p_+/p_0$, рис. 8) в нелинейной среде. Отмечается усиление фокусировки при слабой нелинейности и ослабление при сильном нелинейном поглощении на ударном фронте, а также влияние размеров неоднородностей на эффективность случайных фокусировок. Приводятся профили искаженной N -волны: U -волны в области случайных фокусировок и сглаженные профили в области дефокусировок.

В §3.5 рассматриваются функции распределения амплитуды, полученные из расчетов с длинными реализациями фазового экрана на основе гипотезы эргодичности. Проводится параметрическое исследование влияния размеров неоднородностей и нелинейности на уширение функций распределений в зависимости от пройденного расстояния. Сравнение результатов с аналитическими решениями НГА (рис. 9) показывает, что применимость приближения НГА ограничивается расстоянием в одну треть от рефракционной длины. Отмечается, что слабая нелинейность приводит к небольшому уширению распределений амплитуды, а сильная нелинейность, за счет поглощения на фронтах,

к значительному сужению распределений. Показано, что существенное влияние модуляций фронта волны на величину среднего значения P_+ , происходит лишь при крупномасштабных флуктуациях фазы ($l/\lambda = 6$ в рассмотренном случае). При этом среднее значение P_+ за фазовым экраном оказывается меньше, чем в плоской волне. Величина дисперсии достигает максимума на расстоянии рефракционной длины, где наблюдаются большинство сильных фокусировок. Отмечается почти пропорциональная зависимость максимума дисперсии от размеров неоднородностей в диапазоне от $l/\lambda = 1.5$ до $l/\lambda = 6$. В §3.6 представлены выводы по третьей главе диссертационной работы.

Четвертая глава посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию фокусировки нелинейного пучка через физически реализуемый фазовый экран (фазовый слой) специальной конфигурации. В §4.1

обсуждается актуальность проблемы распространения акусти-

ческих волн в случайно-неоднородных средах для задач медицинского ультразвука и неразрушающего контроля. Отмечаются преимущества фокусировки высших гармоник в неоднородной среде. Далее ставится задача о контроле фокусировки различных гармоник в фокусированном пучке при помощи специального резонансного фазового слоя, расположенного на расстоянии $z = z_p$ от источника (рис. 10). В указанной постановке основной интерес представляет степень искажений поля на разных гармониках в фокальной плоскости $z = F$.

В §4.2 описывается теоретическая модель для расчета распространения нелинейного пучка, основанная на уравнении Вестервельта, которое записано здесь в сопровождающей системе координат:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \tau \partial z} = \frac{c_0}{2} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) + \frac{\varepsilon}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial^2 p^2}{\partial \tau^2} + \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^3 p}{\partial \tau^3}. \quad (1)$$

В уравнении p – акустическое давление, z – выделенное направление вдоль оси пучка, $\tau = t - z/c_0$, t – время, x и y – поперечные к z пространствен-

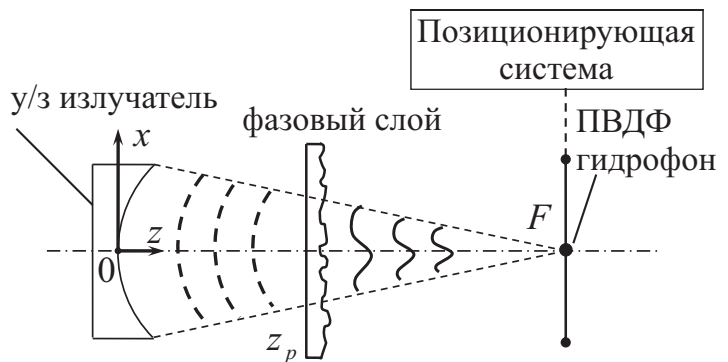


Рис. 10. Постановка задачи и схема экспериментальной установки.

ные координаты; ρ_0 , c_0 , ε и δ – плотность, скорость звука, коэффициент нелинейности и коэффициент поглощения в среде, соответственно. В отличие от уравнения Хохлова-Заболотской-Кузнецова, в уравнении (1) не делается предположения о малости углов дифракции.

Далее представлен численный алгоритм, основанный на методе расщепления по физическим факторам. Уравнение (1) разбивалось на более простые уравнения для дифракции, нелинейности и поглощения, которые решались одно за другим на каждом шаге вдоль оси z . Граничное распределение давления, отвечающее сфокусированному источнику, задавалось на плоскости $z = 0$. Моделирование проводилось в спектральном представлении по временным гармоникам. Для расчета нелинейного оператора решалась система уравнений для амплитуд гармоник. Дифракционный оператор для каждой из гармоник рассчитывался методом углового спектра с помощью двумерного быстрого преобразования Фурье (БПФ) по пространственным координатам.

Для анализа фокальных распределений давления вводился критерий качества фокусировки n -ой гармоники, $0 \leq Q_n \leq 1$, низкие значения которого соответствуют разрушенной фокусировке, а высокие – ее сохранению. Далее описывается теоретическая модель фазового слоя, состоящего из множества случайно расположенных в плоскости одинаковых круглых областей, дающих фиксированный фазовый сдвиг $\phi_{\max}$. Отмечается, что максимальные искажения фокусировки достигаются при степени заполнения слоя кругами по площади равном 0.5, а также при $\phi_{\max} = 180^\circ$. Пример реализации слоя, изготовленного из полиэтилена, показан на рис. 11.

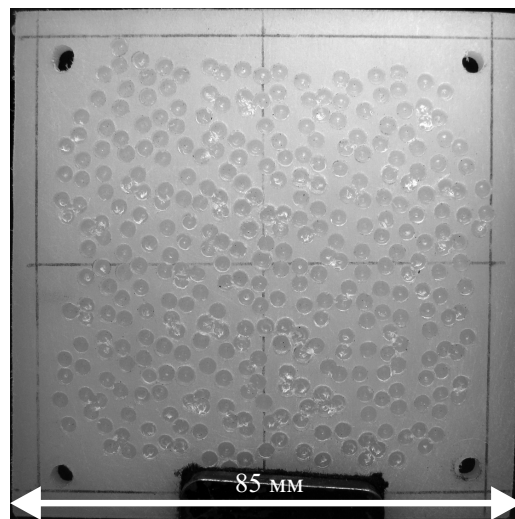


Рис. 11. Фотография фазового слоя.

В §4.3-4.4 обсуждаются результаты моделирования для случаев 180° и 90° фазовых сдвигов на основной частоте. Показывается возможность селективного разрушения фокусировки на основной частоте и нечетных гармониках в случае 180° фазового слоя. Эффект объясняется тем, что на участках волнового фронта, расположенных за круговыми неоднородностями, фаза на этих частотах изменяется на угол, равный или эквивалентный 180° . Фаза вто-

рой и других четных гармоник на этих участках меняется на угол, кратный 360° , что эквивалентно отсутствию фазового сдвига. В случае 90° разрушение фокусировки второй гармоники наблюдается при расположении слоя близко к фокусу, что объясняется тем, что после прохождения фазового слоя поле на второй гармонике изменяет свою фазу на 180° . При помещении 90° фазового слоя ближе к источнику достигается лучшая фокусировка высших гармоник, что является следствием генерации полей этих гармоник при нелинейных взаимодействиях в слабо искаженном поле основной частоты.

В §4.5 представлена экспериментальная установка, на которой осуществлялись измерения ультразвукового поля сфокусированного преобразователя после прохождения 180° и 90° (рис. 11) фазовые слои, изготовленных из полиэтилена. Эксперимент проводился автором в ИОФ РАН им. А.М. Прохорова. Результаты измерений представлены на рис. 12: фокальные распределения 1-ой (а) и 2-ой (б) гармоник, измеренные в отсутствие фазового слоя, за 180° слоем (в, г) и за 90° слоем (д, е). Для 180° слоя результаты эксперимента показывают практически полное разрушение фокусировки 1-ой гармоники. Напротив, 2-я гармоника, в соответствии с численными расчетами, сохраняет относительно высокое качество фокусировки. Для 90° фазового слоя можно отметить высокое качество фокусировки на основной частоте, в то время как на 2-ой гармонике фокусировка довольно сильно разрушена. Таким образом, полученные в эксперименте результаты находятся в соответствии с предсказаниями теории. В §4.6 представлены выводы по четвертой главе.

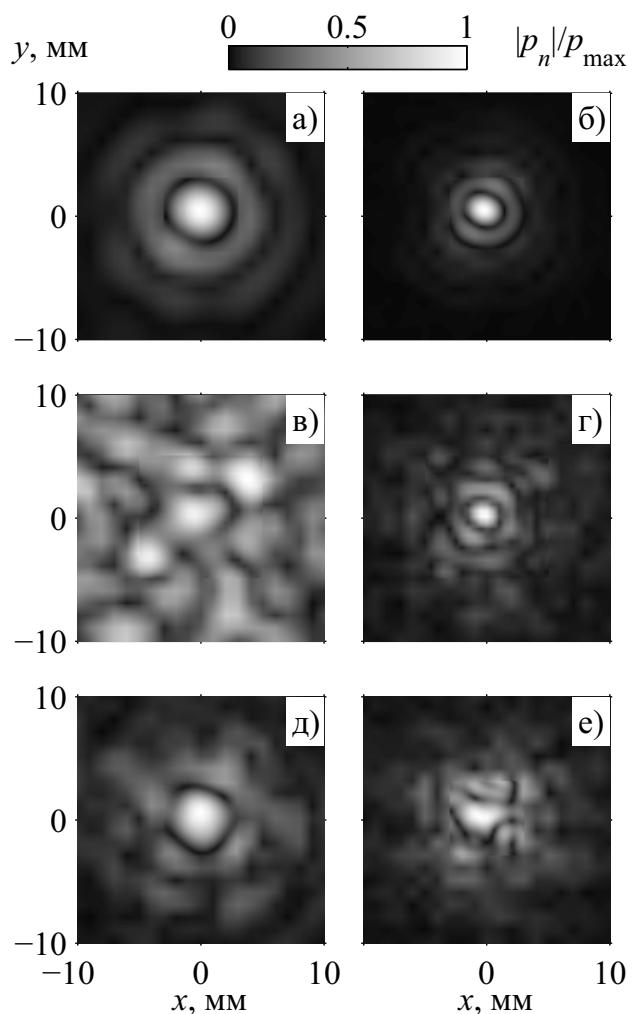


Рис. 12. Амплитуды первой (слева) и второй (справа) гармоник в фокальной плоскости, измеренные в отсутствие фазового слоя (а, б), при наличии 180° слоя (в, г) и при наличии 90° слоя (д, е).

В пятой главе рассматривается проблема моделирования трехмерных полей мощных излучателей ультразвуковой хирургии при наличии ударных фронтов в области фокуса. В §5.1 обсуждаются основные возможности многоэлементных излучателей, делающие их применение перспективным во многих биомедицинских приложениях. В качестве примера рассматривается решетка с частотой 1.2 МГц, состоящая из 256 элементов радиусом 3.3 мм, расположенных на сферической чашке радиусом 64 мм, фокусным расстоянием 120 мм и интенсивностью вблизи излучающих элементов до 10 Вт/см^2 .

К высоким требованиям на вычислительные ресурсы для решения поставленной задачи приводят несколько факторов. Большой размер излучателя (до 100 длин волн основной частоты) определяет большое пространственное окно. Большие углы фокусировки требуют использования более точных дифракционных моделей, чем параболическое приближение. Для описания неоднородностей поля и фокальной области малых размеров необходима мелкая пространственная сетка численной схемы. Наконец, сильные нелинейные эффекты требуют учета большого количества гармоник либо мелкой временной сетки.

В §5.2 описывается численный алгоритм моделирования трехмерного уравнения Вестервельта (1) для поля решетки. В алгоритме использовался метод расщепления по физическим факторам второго порядка точности. Для нахождения поля $p(\tau, x, y, z + \Delta z)$ на каждом следующем шаге операторы дифракции, нелинейности и поглощения рассчитывались по следующей схеме:

$$p(\tau, x, y, z + \Delta z) = \Gamma_{D, \Delta z/2} \Gamma_{N+A, \Delta z} \Gamma_{D, \Delta z/2} p(\tau, x, y, z), \quad (2)$$

где действие оператора дифракции на шаге Δz обозначено как $\Gamma_{D, \Delta z}$, а совместное действие операторов нелинейности и поглощения как $\Gamma_{N+A, \Delta z}$. Действие последнего оператора также рассчитывалось по методу расщепления

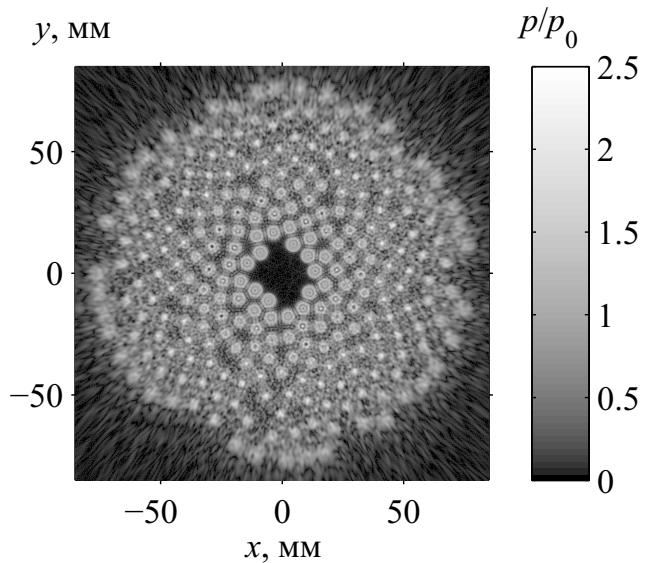


Рис. 13. Нормированная амплитуда начального поля p/p_0 в плоскости $(x, y, z = 0 \text{ мм})$. Здесь $p_0 = \rho_0 c_0 u_0$, где u_0 – амплитуда колебательной скорости на поверхности элемента.

второго порядка точности, однако с разбиением шага Δz на несколько подшагов. Моделирование проводилось с использованием преимуществ как спектрального, так и временного представлений акустического поля.

Дифракция рассчитывалась для каждой из гармоник методом углового спектра, поглощение – в спектральном представлении с использованием аналитического решения. Нелинейный оператор на малых расстояниях от излучателя рассчитывался в спектральном представлении, а при возникновении профилей с ударными фронтами происходил переход к консервативной схеме типа Годунова. Ключевой особенностью алгоритма являлся эшелонированный способ размещения гармоник, в котором большое число гармоник учитывалось только вблизи фокуса. Такой подход позволил сэкономить память в 10-20 раз.

В §5.3 приводятся результаты комплексной проверки разработанного алгоритма путем сравнения результатов расчетов с известными данными по аксиально симметричным излучателям. Показана точность алгоритма в 0.5 – 1%. В §5.4 приведены результаты моделирования для 256-элементной решетки. На рис. 14 показано распределение амплитуды давления в плоскости оси излучателя (x, z) в линейном пучке. На рис. 15 представлены результаты нелинейного моделирования профилей волны в фокусе при интенсивности ультразвука на одном элементе в диапа-

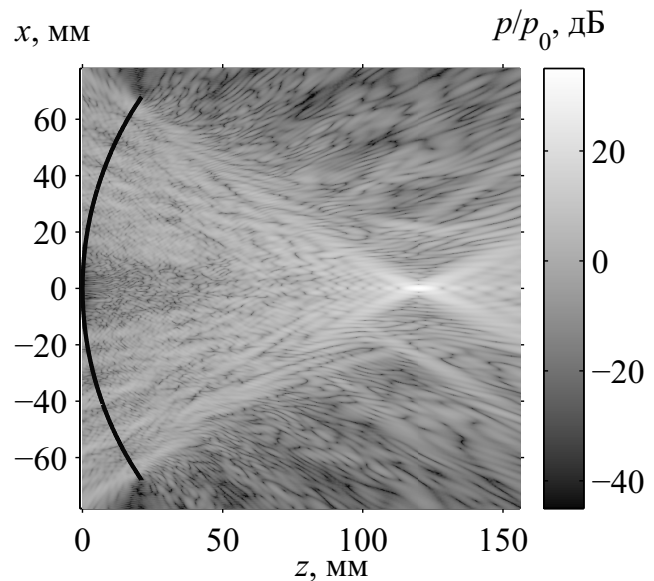


Рис. 14. Распределение амплитуды давления p/p_0 в плоскости (x, z) на оси решетки, рассчитанное численно в линейном приближении. Черной линией показано положение сферической чашки излучателя.

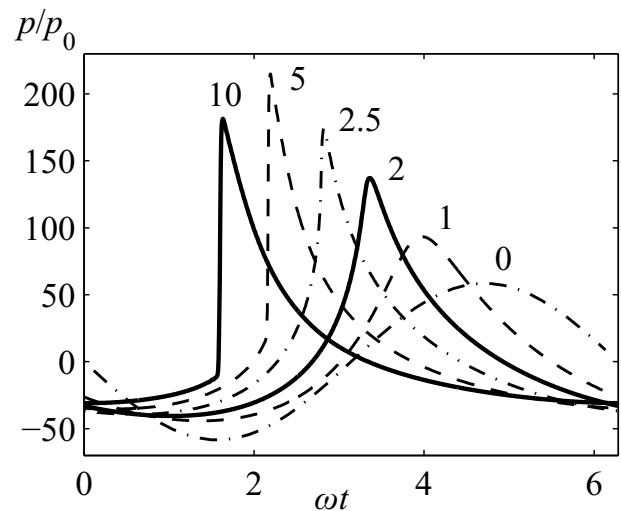


Рис. 15. Безразмерные профили давления в геометрическом фокусе решетки при уровнях интенсивности на элементах 1, 2, 2.5, 5 и 10 Вт/см²; 0 – линейная фокусировка.

зоне от 1 до 10 Вт/см². Видно, что при уровнях интенсивности, достижимых в современной аппаратуре, в фокусе формируется ударный фронт.

В §5.5 представлен метод эквивалентного аксиально симметричного излучателя, при помощи которого можно упростить расчет нелинейного поля терапевтических решеток в фокусе. Идея метода заключается в следующем. Нелинейные эффекты в поле решетки проявляются в основном в высокоамплитудной фокальной области, которая в большой степени симметрична относительно оси z . Поэтому решетку можно заменить аксиально симметричным поршневым излучателем, поле которого в линейном случае наилучшим образом аппроксимирует поле решетки в области фокуса. Тогда и при учете нелинейности поля в фокусе будут близки. Результаты нелинейных расчетов показали, что поле такого эквивалентного излучателя, рассчитываемое на основе уравнения Вестервельта или в параболическом приближении описывает поле решетки в фокусе с точностью до 2 – 3%. В §5.6 представлены выводы по пятой главе.

В приложении приведена сводка формул для поля аксиально симметричного излучателя на оси и в фокальной плоскости, процедура перехода в уравнении Вестервельта к бегущей системе координат и метод получения спектра турбулентности по экспериментальным данным. **В заключении** диссертационной работы приводятся основные результаты и выводы.

Основные результаты и выводы

1. Создана установка и реализованы измерения ширины ударного фронта нелинейной N -волны в воздухе с помощью оптического теневого метода и моделирования дифракции света на неоднородностях показателя преломления на фронте. Показано, что предложенный метод позволяет более, чем на порядок, улучшить временное разрешение ширины фронта (0.15 мкс) по сравнению с результатами измерений с помощью существующих широкополосных конденсаторных микрофонов (3 мкс).
2. Экспериментально исследовано распространение высокоамплитудных коротких N -импульсов (длительностью 40 мкс и амплитудой 1100 Па на

20 см от источника) в термической турбулентности. Показано, что при равных характерных масштабах и интенсивностях флуктуаций показателя преломления, кинематическая турбулентность приводит к более сильным случайным фокусировкам, флуктуациям пикового давления и размытию ударного фронта N -волны.

3. На основе уравнения ХЗК численно исследовано влияние дифракционных и нелинейных эффектов на статистику поля N -волны за случайным фазовым экраном с учетом прохождения через каустики. Показано, что при изменении пространственных масштабов флуктуаций фазы дифракционные эффекты приводят к существенным отличиям в статистике поля за экраном, не описываемым в рамках приближения нелинейной геометрической акустики.

4. Численно и экспериментально исследованы особенности фокусировки гармоник ультразвукового пучка конечной амплитуды за случайным фазовым слоем. Показана возможность избирательного разрушения фокусировки основной гармоники и ближайших нечетных гармоник при выборе сдвига фазы в 180° .

5. Разработан численный алгоритм, позволяющий на основе уравнения Вестервельта моделировать нелинейные трехмерные поля фокусированных ультразвуковых излучателей сложной геометрии с учетом образования ударных фронтов в области фокуса. Проведен численный эксперимент для многоэлементной двумерной фазированной решетки. Показано, что при характерных для ультразвуковой хирургии уровнях интенсивности на ее элементах, в фокусе возможно образование высокоамплитудных разрывов (до 80 МПа).

6. Предложена модель эквивалентного аксиально симметричного излучателя для оценки нелинейных эффектов в фокальной области многоэлементных терапевтических решеток. Показано, что моделирование на основе уравнений ХЗК либо Вестервельта с граничным условием в виде эквивалентного излучателя позволяет описывать нелинейное поле решетки в области фокуса с ошибкой, не превышающей 2 – 3 %.

Список публикаций

1. Юлдашев П.В., Аверьянов М.В., Хохлова В.А., Олливиер С., Блан-Бенон Ф. *Сферически расходящиеся ударные импульсы в нелинейной релаксирующей среде* // Акуст. журн. 2008. Т. 54, № 1. С. 40–50.
2. Yuldashev P., Ollivier S., Averiyarov M., Sapozhnikov O., Khokhlova V., Blanc-Benon P. *Nonlinear propagation of spark-generated N-waves in air: modeling and measurements using acoustical and optical methods* // J. Acoust. Soc. Am. 2011. Vol. 128, no. 6. P. 3321–3333.
3. Юлдашев П.В., Брысева Н.А., Аверьянов М.В., Блан-Бенон Ф., Хохлова В.А. *Статистические свойства нелинейной N-волны при дифракции за случайным фазовым экраном* // Акуст. журн. 2010. Т. 56, № 2. С. 179–189.
4. Юлдашев П.В., Крутянский Л.М., Хохлова В.А., Брысев А.П., Бункин Ф.В. *Искажение поля сфокусированного ультразвукового пучка конечной амплитуды за случайным фазовым слоем* // Акуст. журн. 2010. Т. 56, № 4. С. 463–471.
5. Юлдашев П.В., Хохлова В.А. *Моделирование трехмерных нелинейных полей ультразвуковых терапевтических решеток* // Акуст. журн. 2011. Т. 57, № 3. С. 337–347.
6. Юлдашев П.В., Аверьянов М.А., Хохлова В.А., Оливьер С., Блан-Бенон Ф. *Теоретическое и экспериментальное исследование распространения нелинейных сферически расходящихся волн в среде с релаксацией* // XVIII сессия Российского акустического общества, Таганрог, 11 - 15 сентября, 2006. С. 144–148.
7. Юлдашев П.В., Аверьянов М.В., Брысева Н.А., Хохлова В.А. *Статистические свойства N-волны за случайным фазовым экраном с учетом дифракционных эффектов и многократного образования каустик* // XIX сессия Российского акустического общества, Нижний Новгород, 24 - 28 сентября, 2007. С. 264–267.
8. Юлдашев П.В., Крутянский Л.М., Хохлова В.А., Брысев А.П., Бункин Ф.В. *Селективное разрушение поля гармоник в сфокусированном пучке конечной амплитуды после прохождения случайного фазового слоя* // XXII сессия Российского акустического общества, Москва, 15 - 17 июня, 2010. Т. 1. С. 187–191.
9. Юлдашев П.В., Аверьянов М.В., Хохлова В.А., Оливьер С., Блан-Бенон Ф. *Распространение нелинейных сферически расходящихся N-волн в релаксирующей среде* // Тезисы докладов всероссийской школы-семинара «Волны 2006», 21 - 26 мая, 2006, Россия, Звенигород, CD-ROM.
10. Юлдашев П.В., Аверьянов М.В., Хохлова В.А., Сапожников О.А. *Оптический и акустический методы калибровки широкополосных микрофонов в задачах нелинейной аэроакустики* // Тезисы научно-практической конференции «Фундаментальные и прикладные аспекты инновационных

- проектов Физического факультета МГУ» 18-19 ноября, 2009. С. 129–130.
11. Yuldashev P., Ollivier S., Averiyarov M., Sapozhnikov O., Khokhlova V., Blanc-Benon P. *Application of a shadowgraphy method to measure the shock front of a spark-generated N-waves in air* // CEAA, Svetlogorsk, September 22-25, 2010. P. 113–117.
 12. Yuldashev P., Khokhlova V., Averiyarov M., Blanc-Benon P. *Diffraction of nonlinear N-wave behind a random phase screen* // Proc. of 17th ICA Congress, Madrid, 2 - 7 September, 2007, CD-ROM.
 13. Ollivier S., Blanc-Benon P., Averiyarov M., Yuldashev P., Khokhlova V. *Experimental study of N-waves propagation through fully developed turbulence* // 13th LRSP Symp., Ecully, France, 16-17 October 2008, CD-ROM.
 14. Yuldashev P., Averiyarov M., Khokhlova V., Sapozhnikov O., Ollivier S., Blanc-Benon P. *Nonlinear propagation of spark-generated N-waves in atmosphere: theoretical and experimental assessment of the shock front structure* // Proc. of Acoustics'08 Paris Congress, Paris, 27 June–4 July, 2008. P. 565–570.
 15. Yuldashev P., Averiyarov M., Khokhlova V., Sapozhnikov O., Ollivier S., Blanc-Benon P. *Measurement of shock N-waves using optical methods* // 10ème Congrès Français d'Acoustique, 12-16 avril, 2010, Lyon, CD-ROM.
 16. Blanc-Benon P., Yuldashev P., Ollivier S., Averiyarov M., Sapozhnikov O., Khokhlova V. *Measurements of spark generated N-waves in air using a combination of acoustical and optical methods* // 161st Meeting of the Acoustical Society of America, Seattle, Washington, 23-27 May 2011. P. 2478.
 17. Khokhlova V., Yuldashev P., Averiyarov M., Bessonova O., Sapozhnikov O., Bailey M. *Full diffraction and parabolic axisymmetric numerical models to characterize nonlinear ultrasound fields of two dimensional therapeutic arrays* // 161st Meeting of the Acoustical Society of America, Seattle, Washington, 23-27 May 2011. P. 2404.
 18. Khokhlova V., Yuldashev P., Canney M., Bailey M., Sapozhnikov O., Crum L. *A combined measurement and modeling method to characterize nonlinear HIFU fields* // Conference "Advanced Metrology for Ultrasound in Medicine", National Physical Laboratory, Teddington, UK, 12-14 May 2010. P. 35.
 19. Khokhlova V., Yuldashev P., Bessonova O., Bailey M., Sapozhnikov O., Crum L. *A model of an equivalent focused piston source to characterize nonlinear ultrasound fields of 2D HIFU arrays* // In Abstract Book "Current and Future Applications of MR-guided Focused Ultrasound", 2nd International Symposium, 17-20 October 2010, Washington DC, USA. P. 71.
 20. Kreider W., Sapozhnikov O., Farr N., Yuldashev P., Partanen A., Brazzle D., Bailey M., Kaczkowski P., Khokhlova V. *Acoustic holography and nonlinear modeling methods to characterize the Philips MR-guided HIFU source* // 11th Int. Symposium on Therapeutic Ultrasound, New York, April 2011. P. 41.
 21. Yuldashev P., Khokhlova V. *Nonlinear modeling of 3D ultrasound fields HIFU arrays* // 11th International Congress on Ultrasonics, Gdansk, Poland, 5 - 8 September 2011. P. 240–241.